

**АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ  
ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «СИРИУС»  
(АНОО ВО «УНИВЕРСИТЕТ «СИРИУС»)**

---

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Многомерная статистика**

Уровень образования:	высшее образование – программа магистратуры
Направление подготовки:	06.04.01 Биология 09.04.03 Прикладная информатика
Направленность (профиль):	Биоинформатика

АНОО ВО «Университет «Сириус»	Рабочая программа дисциплины (модуля) «Многомерная статистика»	Лист 2 Листов 9
-------------------------------	---	--------------------

## 1. Общая характеристика дисциплины

1.1. Цель дисциплины: освоение глубоких знаний и практических навыков применения методов многомерного статистического анализа для обработки, визуализации и сложных массивов данных в научных исследованиях.

1.2. Общая трудоемкость дисциплины: 3 з.е.

1.3. Планируемые результаты обучения по дисциплине:

1.4. Планируемые результаты обучения:

Формируемые компетенции (код компетенции, формулировка)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю) (индикаторы достижения компетенций)
ПК-5. Способен определять необходимые системные и программные средства для разработки и отладки прикладного программного обеспечения в современных специализированных программных комплексах, а также реализовывать в них новые алгоритмы	ИПК-5.1. Знает математические алгоритмы и принципы определения необходимых системных и программных средств для решения профессиональных задач
	ИПК-5.2. Определяет необходимые системные и программные средства для разработки и отладки прикладного программного обеспечения в современных специализированных программных комплексах
	ИПК-5.3. Реализует новые алгоритмы в современных специализированных программных комплексах

## 2. Структура и содержание дисциплины

2.1. Объем дисциплины и виды учебной деятельности:

Виды учебной деятельности	1 семестр	Всего
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем, всего ч.</b>	54	54
Лекционные занятия, ч.	16	16
Практические (семинарские) занятия, ч.	34	34
Лабораторные занятия, ч.	х	х
Промежуточная аттестация – экзамен, ч	4	4
Промежуточная аттестация – зачет с оценкой, ч	х	х
Промежуточная аттестация – зачет, ч	х	х
<b>Самостоятельная работа обучающихся, всего ч.</b>	54	54
<b>Общая трудоемкость, ч.</b>	108	108
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	3	3

АНОО ВО «Университет «Сириус»	Рабочая программа дисциплины (модуля) «Многомерная статистика»	Лист 3 Листов 9
-------------------------------	---	--------------------

2.2. Структура дисциплины (модуля) по разделам (темам) и видам учебной деятельности:

Наименования разделов (тем) дисциплины (модуля)	Лекционные занятия, ч	Практические (семинарские) занятия, ч	Лабораторные занятия, ч	Промежуточная аттестация, ч	Самостоятельная работа, ч	Всего, ч	Форма текущего контроля / промежуточной аттестации
Раздел 1. Понятие о статистике случайных процессов.	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование
Раздел 2. Введение в теорию временных рядов.	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование
Раздел 3. Модели временных рядов (модели с нулевым средним, модели с трендом и сезонностью)	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование
Раздел 4. Эргодичность, приложение закона	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование
Раздел 5. Анализ линейных временных рядов и их применимость	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование
Раздел 6. Простые модели MA, AR, и их свойства	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование
Раздел 7. Модели ARMA (1,1), общие модели ARMA	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование
Раздел 8. Спектральный анализ процессов ARMA, линейные фильтры, спектральная плотность	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование
Раздел 9. Моделирование и прогноз процессов ARMA	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование
Раздел 10. Условные гетероскедастические модели ARCH, GARCH	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование
Раздел 11. Статистика случайных процессов со стохастической	1	2			4	7	Устный опрос, тестирование

АНОО ВО «Университет «Сириус»	Рабочая программа дисциплины (модуля) «Многомерная статистика»	Лист 4 Листов 9
-------------------------------	---	--------------------

волатильностью.							
Раздел 12. Многомерные временные ряды, векторные модели	1	4			4	9	Устный опрос, тестирование
Раздел 13. Слабая стационарность и матрицы кросс-корреляции	2	4			4	10	Устный опрос, тестирование
Раздел 14. Экстремальные значения, квантили. VaR и cVaR.	2	4			2	8	Устный опрос, тестирование
Промежуточная аттестация				4		4	Экзамен
Итого	16	32	0	4	54	108	

### 2.3. Содержание разделов (тем) дисциплины:

Наименования разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплины
Раздел 1. Понятие о статистике случайных процессов.	Статистически стационарные процессы. Эргодичность, приложение закона Колмогорова 0-1, обобщение закона больших чисел, теорема Биркгофа.
Раздел 2. Введение в теорию временных рядов.	Определение статистических оценок временного ряда. Выборочное среднее, дисперсия, и автокорреляционная функция
Раздел 3. Модели временных рядов (модели с нулевым средним, модели с трендом и сезонностью)	Модели временных рядов (модели с нулевым средним, модели с трендом и сезонностью)
Раздел 4. Эргодичность, приложение закона	Колмогорова 0-1, обобщение закона больших чисел, теорема Биркгофа
Раздел 5. Анализ линейных временных рядов и их применимость	Простые модели AR, и их свойства оценка максимального правдоподобия
Раздел 6. Простые модели MA, AR, и их свойства	Простые модели MA, AR, и их свойства
Раздел 7. Модели ARMA (1,1), общие модели ARMA	Модели ARMA (1,1), общие модели ARMA
Раздел 8. Спектральный анализ процессов ARMA, линейные фильтры, спектральная плотность	Спектральный анализ процессов ARMA, линейные фильтры, спектральная плотность
Раздел 9. Моделирование и прогноз процессов ARMA	Моделирование и прогноз процессов ARMA
Раздел 10. Условные гетероскедастические модели ARCH, GARCH	Характеристика волатильности, структура модели
Раздел 11. Статистика случайных процессов со стохастической волатильностью.	Статистика случайных процессов со стохастической волатильностью.
Раздел 12. Многомерные временные ряды, векторные	Многомерные временные ряды, векторные модели

АНОО ВО «Университет «Сириус»	Рабочая программа дисциплины (модуля) «Многомерная статистика»	Лист 5 Листов 9
-------------------------------	---	--------------------

модели	
Раздел 13. Слабая стационарность и матрицы кросс-корреляции	Слабая стационарность и матрицы кросс-корреляции
Раздел 14. Экстремальные значения, квантили. VaR и cVaR.	Экстремальные значения, квантили. VaR и cVaR.

#### 2.4. Самостоятельная работа:

Самостоятельная работа по дисциплине предусматривает: самостоятельное изучение теоретического материала, подготовку к ответам на семинарских заданиях, подготовку к текущему контролю и промежуточной аттестации, выполнение тестовых заданий по пройденным темам курса.

### 3. Текущий контроль и промежуточная аттестация по дисциплине.

#### Оценочные материалы

3.1. Текущий контроль успеваемости по дисциплине «Статистика случайных процессов» проводится в течение семестра в следующих формах:

Наименования разделов (тем) дисциплины	Форма текущего контроля	Оценочные материалы
Введение.	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 1. Понятие о статистике случайных процессов.	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 2. Введение в теорию временных рядов.	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 3. Модели временных рядов (модели с нулевым средним, модели с трендом и сезонностью)	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 4. Эргодичность, приложение закона	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 5. Анализ линейных временных рядов и их применимость	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 6. Простые модели MA, AR, и их свойства	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 7. Модели ARMA (1,1), общие модели ARMA	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 8. Спектральный анализ процессов ARMA, линейные фильтры, спектральная плотность	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 9. Моделирование и прогноз процессов ARMA	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 10. Условные гетероскедастические модели ARCH, GARCH	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий

АНОО ВО «Университет «Сириус»	Рабочая программа дисциплины (модуля) «Многомерная статистика»	Лист 6 Листов 9
-------------------------------	---	--------------------

Раздел 11. Статистика случайных процессов со стохастической волатильностью.	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 12. Многомерные временные ряды, векторные модели	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий
Раздел 13. Слабая стационарность и матрицы кросс-корреляции	Устный опрос, тестирование	перечень домашних заданий

### Домашнее задание №1: Основные понятия случайных процессов

Задачи:

Дайте определение случайного процесса. Приведите примеры из реальной жизни.

Что такое траектория случайного процесса? Как она отличается от сечения процесса?

Найдите математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию для процесса  $X(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ , где  $A$  — случайная величина с  $E[A] = 0$ ,  $D[A] = \sigma^2$ ,  $\phi$  — неслучайная фаза.

Пусть  $X(t)$  — стационарный случайный процесс. Докажите, что его математическое ожидание постоянно, а автоковариационная функция зависит только от разности аргументов.

### Домашнее задание №2: Стационарные процессы и их свойства

Задачи:

Что такое слабая (второго порядка) и сильная (в узком смысле) стационарность? В чём их различие?

Проверьте, является ли процесс  $X(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$  стационарным, если  $A$  и  $B$  — некоррелированные случайные величины с нулевым средним и одинаковой дисперсией  $\sigma^2$ .

Найдите спектральную плотность мощности для автоковариационной функции  $K(\tau) = e^{-a|\tau|}$ ,  $a > 0$ .

Объясните, как связаны между собой автокорреляционная функция и спектральная плотность случайного процесса.

### Домашнее задание №3: Марковские процессы

Задачи:

Что такое марковское свойство? Приведите примеры марковских и немарковских процессов.

Запишите уравнение Колмогорова–Чепмена для дискретной цепи Маркова.

Рассмотрим случайный процесс  $X_n$ , принимающий значения 0 или 1.

Вероятности перехода:

$$P(0 \rightarrow 0) = 0.7, \quad P(0 \rightarrow 1) = 0.3,$$

$$P(1 \rightarrow 0) = 0.4, \quad P(1 \rightarrow 1) = 0.6.$$

Найдите матрицу переходных вероятностей и распределение на шаге  $n=2$ , если начальное распределение  $P(X_0=0)=0.6$ ,  $P(X_0=1)=0.4$ .

Что такое эргодичность в контексте цепей Маркова?

Домашнее задание №4: Стохастические интегралы и дифференциальные уравнения

Задачи:

Что такое винеровский процесс (броуновское движение)? Перечислите его основные свойства.

Вычислите стохастический интеграл  $\int_0^T W(t) dW(t)$ , где  $W(t)$  — винеровский процесс.

Запишите формулу Ито для функции  $f(t, X(t))$ , где  $X(t)$  — процесс, удовлетворяющий стохастическому дифференциальному уравнению.

Решите линейное стохастическое дифференциальное уравнение:

$$dX(t) = aX(t)dt + b dW(t), \quad X(0) = x_0.$$

Домашнее задание №5: Применение случайных процессов в финансах и экономике

Задачи:

Охарактеризуйте модель геометрического броуновского движения. Где она применяется?

Запишите уравнение динамики цены акции в модели Блэка–Шоулза.

Что такое мартингал? Как он используется в финансовой математике?

Рассчитайте цену европейского колл-опциона по формуле Блэка–Шоулза при следующих данных:

$$\text{Цена акции } S_0 = 100, \text{ страйк } K = 105,$$

$$\text{Безрисковая ставка } r = 0.05, \text{ волатильность } \sigma = 0.2,$$

$$\text{Время до исполнения } T = 1 \text{ год.}$$

3.2. Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Статистика случайных процессов» является экзамен.

Результаты промежуточной аттестации оцениваются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

Оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означает успешное прохождение промежуточной аттестации по дисциплине.

### 3.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации:

Перечень вопросов для подготовки к экзамену:

1. Дать определение временного ряда как реализации случайного процесса, обладающего эргодическим свойством
2. Что такое модель временного ряда?
3. Многомерные распределения и их моменты до второго порядка
4. Модели с трендом и сезонностью (привести примеры)
5. Знать определение сильной и слабой стационарности, выборочной автоковариационной и автокорреляционной функции
6. Как исключить тренд и сезонность рассматриваемой модели
7. Дать определение процесса ARMA(1,1) и привести его свойства
8. Моделирование и предсказание процесса ARMA
9. Привести пример условной гетероскедастической модели
10. Модели волатильности
11. Модель ARCH и ее свойства
12. Нелинейные модели и их приложения
13. Моделирование и прогнозирование временных рядов
14. Моделирование винеровского процесса
15. Экстремальные значения, квантили и VaR

## 4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 4.1. Перечень основной литературы:

Математические методы в биологии: анализ биологических данных в системе Statistica : учебник для вузов / С. Н. Гашев, Ф. Х. Бетляева, М. Ю. Иванова, К. Р. Цицкиева. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 170 с.

### 4.2. Перечень дополнительной литературы:

1. J. Franke, W. Härdle, C Hafner. Statistics of Financial Markets: An Introduction (Universitext), 5th ed Springer 2019
2. W. Härdle, V.Spokoiny, V.Panov, W.Wang. Basics of Modern Mathematical Statistics: Exercises and Solutions. Springer 2014.

4.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

Не предусмотрены.

4.4. Перечень современных профессиональных баз данных и ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Не предусмотрены.

## 5. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

### 5.1. Материально-техническое обеспечение:

<i>Вид аудитории</i>	<i>Технические средства и оборудование</i>
<i>Учебная аудитория для проведения лекционных занятий</i>	Альфа 5.1 - учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой магистратуры. Доска магнитно-маркерная поворотная BoardSYS Twist 100x160 ПО-15Ф 1 шт. Флипчарт 70*100 на роликах 1 шт. Стол-кафедра 1 шт. Стол аудиторный 1 шт. Столы-трансформеры Summa GA ученические 25 шт. Стулья на колесах ученические 25 шт. Ноутбук HP 1 шт. Интерактивная панель NexTouch Nextpanel 86" 1 шт. Радиосистема Arthur Forty U-9700C PSC (UHF) в комплекте. Акустическая система Behringer B215D 2 шт. Веб-камера 4К с технологией искусственного интеллекта JazzTel JT-Vintage-4K 1 шт. Комплект электронных презентаций.
<i>Учебная аудитория для проведения практических занятий – Компьютерный класс</i>	Дельта 2.3 – учебная аудитория для проведения практических занятий (компьютерный класс). Доска магнитно-маркерная поворотная BoardSYS Twist 100x160 ПО-15Ф 1 шт. Флипчарт 70*100 на роликах 1 шт. Стол преподавателя аудиторный 1 шт. Столы и стулья ученические 45 шт. Компьютеры Lenovo ThinkCentre M920s SFF в комплекте с мониторами ПУАМА 27" и периферией – 45 шт. Интерактивная панель NexTouch Nextpanel 86" 1 шт. Радиосистема Arthur Forty U-9700C PSC (UHF) в комплекте. Акустическая система Behringer B215D 2 шт. Веб-камера 4К с технологией искусственного интеллекта JazzTel JT-Vintage-4K 1 шт. Комплект электронных презентаций.

5.2. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе российского производства: не предусмотрено.